



Kalanjiam International Journal of Tamil Studies

களஞ்சியம் - சர்வதேசத் தமிழ் ஆய்விதழ்

<https://ngmtamil.in/>

DOI: <https://doi.org/10.63300/kijts04052026>



Article Type: Original Research Article

Mathematics in Dance: An Analytical Study of Mathematical Nuances Embedded in Thala Structures and Jathis

Dr. Thushyanthy Juliyan Jeyapragash*,

Senior Lecturer in Bharathanatyam, Department of Dance, Drama & Theater, Swami Vipulananda Institute of Aesthetic Studies, Eastern University, Sri Lanka.

*Correspondence: julithushy@gmail.com, Tel: 0094777246518

Received: 22-01-2026; Revised: 24-01-2026; Accepted: 27-01-2026; Published: 01-02-2026

Abstract: This research delves into the profound intersection between the Indian classical dance form, Bharatanatyam, and mathematical principles. While dance is often perceived purely as an aesthetic expression, its structural foundation—Thala (rhythm) and Laya (tempo)—is built upon rigorous mathematical precision. This study specifically explores the roles of Arithmetic, Permutations and Combinations, and Geometry in the formulation of 'Thala structures' and 'Jathis'. The research explains how the fundamental units of movement are divided based on time measures and analyzes the numerical transformations involved in creating different 'Gatis' (rhythms) such as Chathusram, Thisram, and Misram. The composition of Jathis is logically analyzed to show how a specific number of 'Matras' (beats) can be achieved through various mathematical combinations. For instance, the 'Thirikalam' (three speeds) used in Teermanams strictly adheres to the rules of multiplication and division. Furthermore, the study touches upon how the angles and postures (such as Aramandi) maintained by a dancer align with Euclidean Geometry. In conclusion, this research establishes that Bharatanatyam is not merely an aesthetic art form but a logical 'dancing mathematics' that translates abstract numbers into visual patterns.

Keywords: Dance, Mathematics, Tāla Structure, Jathi, Rhythm (Laya), Mātra, Aesthetics.



Copyright © 2024 by the author(s). Published by Department of Library, Nallamuthu Gounder Mahalingam College, Pollachi. This is an open access article under the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

Publisher's Note: The views, opinions, and information presented in all publications are the sole responsibility of the respective authors and contributors, and do not necessarily reflect the views of Department of Library, Nallamuthu Gounder Mahalingam College, Pollachi and/or its editors. Department of Library, Nallamuthu Gounder Mahalingam College, Pollachi and/or its editors hereby disclaim any liability for any harm or damage to individuals or property arising from the implementation of ideas, methods, instructions, or products mentioned in the content.

நாட்டியத்தில் கணிதம்: தாளக்கட்டுகள் மற்றும் ஜதிகளில் பொதிந்துள்ள

கணித நுணுக்கங்கள் பற்றிய ஆய்வு

* கலாநிதி துஷ்யந்தி யூலியன் ஜெயப்பிரகாஷ், சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர் (நடன நாடகத்துறை), சுவாமி விபுலானந்த அழகியற் கற்கைகள் நிறுவகம், கிழக்குப் பல்கலைக்கழகம், இலங்கை

ஆய்வுச் சுருக்கம்

இந்த ஆய்வானது இந்திய பாரம்பரிய நடனமான பரதநாட்டியத்தில் பொதிந்துள்ள கணிதக் கோட்பாடுகளை விரிவாக ஆராய்கிறது. கலை என்பது உணர்ச்சிகளின் வெளிப்பாடாகக் கருதப்பட்டாலும், அதன் பின்னணியில் தாளம் மற்றும் லயம் ஆகியவை துல்லியமான கணிதக் கணக்கீடுகளால் கட்டமைக்கப்பட்டுள்ளன. குறிப்பாக, 'தாளக் கட்டமைப்பு' மற்றும் 'ஜதிகள்' உருவாக்கத்தில் எண்கணிதம் (Arithmetic), வரிசைக்கிரமம் (Permutations and Combinations) மற்றும் வடிவியல் (Geometry) ஆகியவற்றின் பங்களிப்பை இந்த ஆய்வு வெளிப்படுத்துகிறது. நாட்டியத்தின் அடிப்படை அலகுகளான அசைவுகள், கால அளவுகளின் அடிப்படையில் எவ்வாறு பிரிக்கப்படுகின்றன என்பதையும், திஸ்ரம், சதுஸ்ரம், கண்டம், மிஸ்ரம், சங்கீர்ணம் போன்ற நடைகளை உருவாக்கும்போது மேற்கொள்ளப்படும் எண் கணித மாற்றங்களையும் இது விளக்குகிறது. ஜதிகளின் கோர்வை அமைப்பில், ஒரு குறிப்பிட்ட எண்ணிக்கையிலான மாத்திரைகளை (Beats) பல்வேறு கணித சேர்க்கைகள் மூலம் எப்படிக் கொண்டு வரலாம் என்பது தர்க்கரீதியாக பகுப்பாய்வு செய்யப்படுகிறது. உதாரணமாக, தீர்மானங்களில் பயன்படுத்தப்படும் 'திரிகாலம்' (மூன்று கால வேகங்கள்) பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தல் விதிகளுக்கு உட்பட்டவை. மேலும், நடனக் கலைஞர் மேடையில் உருவாக்கும் கோணங்கள் மற்றும் உடல் நிலைகள் (அரைமண்டி, முழங்கால் நிலைகள்) யூக்ளிடியன் வடிவியலோடு எவ்வாறு ஒத்துப்போகின்றன என்பதையும் இந்த ஆய்வு தொட்டுச் செல்கிறது. முடிவாக, பரதநாட்டியம் என்பது வெறும் அழகியல் சார்ந்த கலை மட்டுமல்ல, அது ஒரு தர்க்கரீதியான 'நடனமாடும் கணிதம்' என்பதை இந்த ஆய்வு நிறுவுகிறது.

திறவுச் சொற்கள் – நாட்டியம், கணிதம், தாளக்கட்டுக்கள், ஜதி, லயம், மாத்திரை, அழகியல் முன்னுரை

"கலைகளின் அரசி" என்று போற்றப்படும் பரதநாட்டியம், வெறும் உணர்ச்சிகளின் வெளிப்பாடு மட்டுமல்ல; அது ஒரு துல்லியமான அறிவியல் மற்றும் கணிதக் கட்டமைப்பு ஆகும். பிரபஞ்சத்தின் இயக்கமே ஒரு குறிப்பிட்ட தாள லயத்திற்கு உட்பட்டது என்பதை 'நடராஜர் தத்துவம்' உணர்த்துகிறது. இந்திய இசை மற்றும் நடன மரபில், தாளம் என்பது காலத்தை அளவிடும் கருவியாகச் செயல்படுகிறது. இக்கால அளவீடு முற்றிலும் எண்கணிதக் கோட்பாடுகளை (Arithmetic Principles) அடிப்படையாகக் கொண்டது.

ஒரு நடனக் கலைஞர் மேடையில் ஆடும்போது, அவர் அறியாமலேயே ஒரு சிறந்த கணிதவியலாளராக மாறுகிறார். சொற்கட்டுகளின் எண்ணிக்கை, அவை கால இடைவெளியில் வகுக்கப்படும் விதம், ஒரு தாள வட்டத்திற்குள் (Tala Cycle) ஜதிகள் சரியாக வந்து முடியும் புள்ளி ஆகியவை கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தல் ஆகிய கணிதச் செயல்பாடுகளின் நேரடிப் பயன்பாடுகளாகும். குறிப்பாக, 'சதுஸ்ரம்', 'திஸ்ரம்' போன்ற பஞ்ச நடைகள் எண்களின் பின்னப் பகுப்புகளைக் கையாளுகின்றன. இக்கட்டுரையானது, பரதநாட்டியத்தின் அங்கங்களாகத் திகழும் ஜதிகள், தீர்மானங்கள் மற்றும் தாளக் கட்டமைப்புகளில் மறைந்துள்ள கணித சூத்திரங்களையும், வடிவவியல் நுணுக்கங்களையும் விரிவாக ஆராய்வதை நோக்கமாகக் கொண்டுள்ளது. பரதநாட்டியம் என்பது வெறும் பாவம் (உணர்ச்சி) மற்றும் ராகம் (இசை) சார்ந்த கலை மட்டுமல்ல; அது துல்லியமான தாளம் (தர்க்கம்) சார்ந்தது. ஒரு நடனக் கலைஞர் மேடையில் நிகழ்த்தும் ஒவ்வொரு அசைவும் ஒரு கணிதச் சமன்பாட்டிற்கு நிகரானது. தாளம் என்பது காலத்தை அளக்கும் கருவியாகச் செயல்படுகிறது. இக்கட்டுரை, பரதநாட்டியத்தின் முதுகெலும்பாக விளங்கும் தாளக்கட்டுகள் மற்றும் ஜதிகளில் மறைந்துள்ள கணித சூத்திரங்களை ஆராய்கிறது.

ஆய்வின் நோக்கம் (Objectives)

- பரதநாட்டியத்தின் தாளக் கட்டமைப்பில் உள்ள எண்கணிதப் பயன்பாடுகளை அடையாளம் காணுதல்.
- ஜதிகளின் உருவாக்கத்தில் நிலவும் வரிசைக்கிரம மாற்றங்களை (Permutations and Combinations) பகுப்பாய்வு செய்தல்.
- நடன அசைவுகளில் வெளிப்படும் வடிவியல் கோணங்களை (Geometry) விளக்குதல்.

ஆய்வின் முக்கியத்துவம் (Significance)

கலைக்கும் அறிவியலுக்கும் (கணிதம்) இடையிலான இடைவெளியைக் குறைப்பதே இந்த ஆய்வின் முக்கியத்துவமாகும். கணிதம் என்பது ஒரு வறண்ட பாடமல்ல, அது கலையின் வழியாக எவ்வாறு ரசிக்கத்தக்க ஒன்றாக மாறுகிறது என்பதை இது உணர்த்துகிறது. மேலும், நடனக் கலைஞர்கள் தங்களின் ஜதிகளை மிகத் துல்லியமாக வடிவமைக்க இக்கணித அறிவு உதவும்.

ஆய்வுப் பிரச்சனை (Statement of the Problem)

தற்போதைய காலக்கட்டத்தில், பல நடனக் கலைஞர்கள் ஜதிகளை மனப்பாடம் செய்து ஆடுகின்றனரே தவிர, அதன் பின்னணியில் உள்ள 'கணிதக் கட்டுமானத்தை' (Mathematical Structure) முழுமையாக உணர்வதில்லை. இதனால், புதிய கோர்வைகளை உருவாக்கும்போது தாளப் பிழைகள் ஏற்பட வாய்ப்புள்ளது. இந்த இடைவெளியை நிரப்ப இக்கட்டுரை முயல்கிறது.

ஆய்வின் கருதுகோள் (Hypothesis)

"பரதநாட்டியத்தின் ஜதிகள் மற்றும் தாளக்கட்டுகள் யாவும் எண்கணிதத்தின் கூட்டல், பெருக்கல் விதிகள் மற்றும் வடிவியலின் சமச்சீர் தன்மைகளின் (Symmetry) அடிப்படையிலேயே கட்டமைக்கப்பட்டுள்ளன."

ஆய்வின் எல்லை (Scope and Delimitation)

இந்த ஆய்வு பிரதானமாக பரதநாட்டியத்தில் பயன்படுத்தப்படும் சதுஸ்ர ஏக தாளம் மற்றும் ஆதி தாளம் ஆகியவற்றையும், பஞ்ச நடைகளையும் (திஸ்ரம், சதுஸ்ரம், கண்டம், மிஸ்ரம், சங்கீர்ணம்) மட்டுமே கருத்தில் கொள்கிறது.

ஜதிகளில் எண்கணிதம்

ஜதிகளில் எண்கணிதம் என்பது பரதநாட்டியத்தின் மிக முக்கியமான தொழில்நுட்பப் பகுதியாகும். ஒரு ஜதி என்பது வெறும் சொற்களின் தொகுப்பல்ல; அது தாள கால அளவுக்குள் கச்சிதமாகப் பொருந்தும் வகையில் கணக்கிடப்பட்ட எண்களின் வரிசையாகும். இதனைப் பின்வரும் தலைப்புகளில் ஆழமாகப் பகுப்பாய்வு செய்யலாம்:

1. கால அளவீடும் மாத்திரைகளும் (Time Units and Matras)

நாட்டியத்தில் அடிப்படை அலகு 'மாத்திரை' அல்லது 'அட்சரம்' எனப்படும். ஒரு தாள வட்டத்தில் எத்தனை மாத்திரைகள் உள்ளன என்பதைப் பொறுத்தே ஜதிகள் அமைகின்றன. உதாரணமாக, ஆதி தாளம் என்பது 8 கிரியைகளைக் கொண்டது. சதுஸ்ர நடையில் ஒரு கிரியைக்கு 4 மாத்திரைகள் வீதம், ஒரு தாள வட்டத்திற்கு $8 \times 4 = 32$ மாத்திரைகள் உண்டு. ஒரு ஜதியை உருவாக்கும்போது, அந்த 32 மாத்திரைகளுக்குள் அடங்குமாறு எண்களைக் கூட்ட வேண்டும்.

2. சொற்கட்டுகளின் எண் மதிப்பு (Numerical Value of Syllables)

ஜதிகளில் பயன்படுத்தப்படும் ஒவ்வொரு சொல்லுக்கும் ஒரு எண் மதிப்பு உண்டு:

த (1), தக (2), தகிட (3), தகதிமி (4), தகஜ்ணு (4), ததிங்கிண்தொம் (5)

3. எண்கணிதக் கூட்டல் முறைகள் (Additive Patterns)

ஒரு ஜதியை உருவாக்கும்போது, ஒரு நடனக் கலைஞர் அல்லது நட்டுவனார் பல்வேறு எண்களைக் கூட்டி தாளத்தின் மொத்த எண்ணிக்கையை அடைவார்.

உதாரணம் (32 மாத்திரைகள்):

- முறை 1 (சமச்சீர்): $8 + 8 + 8 + 8 = 32$

- முறை 2 (சீரற்ற வரிசை): $3 + 4 + 5 + 7 + 9 + 4 = 32$

இங்கு எண்களை எப்படி அடுக்கினாலும் அதன் இறுதித் தொகை மாறக்கூடாது. இதுவே ஜதியின் அடிப்படை கணித விதியாகும்.

4. திரிகாலம் மற்றும் பெருக்கல் (Multiplication and Fractions)

'திரிகாலம்' என்பது கால வேகத்தை மாற்றுவதாகும். இது கணிதத்தின் பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தல் விதிகளுக்கு உட்பட்டது: முதலாம் காலம் (1X): ஒரு மாத்திரைக்கு ஒரு சொல். இரண்டாம் காலம் (2X):

ஒரு மாத்திரைக்கு இரண்டு சொற்கள் (வேகம் இருமடங்காகிறது). மூன்றாம் காலம் (4x): ஒரு மாத்திரைக்கு நான்கு சொற்கள். இங்கு லயத்தை மாற்றாமல் சொற்களின் எண்ணிக்கையை அதிகரிப்பது துல்லியமான கணிதத் திறமையைக் கோருகிறது.

5. தீர்மானங்கள் மற்றும் 'முத்தாய்ப்பு' (The Logic of Teermanams)

ஜதியின் இறுதியில் வரும் 'தீர்மானம்' அல்லது 'கோர்வை' பொதுவாக ஒரு கணித அமைப்பைக் கொண்டிருக்கும். இது பெரும்பாலும் "மூன்று முறை" ஆவர்த்தனம் செய்யப்படும்.

கணித சூத்திரம்: $(5x + 3) + (2)$

உதாரணமாக, ஒரு கோர்வை 5 மாத்திரைகளைக் கொண்டது என்றால்:

- (ததிங்கிணதொம்) - 5
- (இடைவெளி) - 1
- (ததிங்கிணதொம்) - 5
- (இடைவெளி) - 1
- (ததிங்கிணதொம்) - 5

மொத்தம் 17 மாத்திரைகள். இது தாளத்தின் சரியான இடத்தில் (எடுப்பு) தொடங்கி சரியாக 'சமத்தில்' முடிய வேண்டும்.

6. பஞ்ச நடைகள் (Five Rhythmical Variations)

ஜதிகளில் எண்கணிதம் மாறுபடுவதற்கு 'நடைகள்' முக்கியக் காரணம்:

திஸ்ரம் (3 அலகுகள்), சதுஸ்ரம் (4 அலகுகள்), கண்டம் (5 அலகுகள்), மிஸ்ரம் (7 அலகுகள்), சங்கீர்ணம் (9 அலகுகள்)

ஒரு நடனக் கலைஞர் சதுஸ்ர நடையிலிருந்து திஸ்ர நடைக்கு மாறும்போது, அவர் தனது மூளையில் பின்னக் கணக்குகளை (Fractions) மாற்றியமைக்கிறார்.

ஜதிகளில் எண்கணிதம் என்பது வெறும் கூட்டல் மட்டுமல்ல; அது நேரத்தையும் (Time) இடத்தையும் (Space) என்களால் ஆளும் கலை. ஒரு ஜதியை ஆடும்போது நடனக் கலைஞர் ஒரு உயிருள்ள கணிதச் சமன்பாடாகவே மாறுகிறார்.

பரதநாட்டியத்தில் ஜதிகளின் வரிசைக்கிரமம் (Permutations)

பரதநாட்டியத்தில் ஜதிகளின் வரிசைக்கிரமம் (Permutations) என்பது ஒரு குறிப்பிட்ட எண்ணிக்கையிலான மாத்திரைகளை (Beats), வெவ்வேறு சொற்கட்டுகளின் சேர்க்கைகள் மூலம் வகைப்படுத்துவதைக் குறிக்கும். கணிதத்தில் 'Permutations and Combinations' எவ்வாறு ஒரு குறிப்பிட்ட எண்களைப் பயன்படுத்திப் பல்வேறு வரிசைகளை உருவாக்குகிறதோ, அதேபோல ஜதிகளிலும் அடிப்படைச் சொற்கட்டுகளை மாற்றி அமைப்பதன் மூலம் முடிவற்ற தாள நயங்களை உருவாக்க முடியும்.

இதனைப் பின்வரும் விரிவான நிலைகளில் ஆராயலாம்:

1. அடிப்படைச் சொற்களின் கூட்டு அமைப்புகள் (Combinatorial Grouping)

ஜதிகளின் அடிப்படைச் சொற்களான தகிட (3), தகதிமி (4), ததிங்கிண்தொம் (5) போன்றவற்றை ஒரு குறிப்பிட்ட மொத்த எண்ணிக்கையை அடையப் பல்வேறு வரிசைகளில் அடுக்கலாம்.

உதாரணமாக, 7 மாத்திரைகள் கொண்ட ஒரு தொகுப்பை உருவாக்கக் கணித ரீதியாகப் பின்வரும் வரிசைக்கிரமங்களைப் பயன்படுத்தலாம்:

- 3 + 4 (தகிட + தகதிமி)
- 4 + 3 (தகதிமி + தகிட)
- 2 + 2 + 3 (தக + தக + தகிட)
- 3 + 2 + 2 (தகிட + தக + தக)
- 7 (தகதிமிதகிட - மிஸ்ர நடைச் சொல்)

இங்கு மொத்த எண்ணிக்கை 7 மாறாவிட்டாலும், ஒவ்வொரு வரிசை மாற்றமும் நடனத்தின் ஓசை நயத்தையும் (Acoustics) கால அளவின் உள்-அதிர்வையும் மாற்றியமைக்கிறது.

2. கண்ட ஜாதியின் வரிசை மாற்றங்கள் (Permutations in Khanda Jathi)

5 மாத்திரைகள் கொண்ட 'கண்ட' ஜாதியைப் பின்வருமாறு வரிசைப்படுத்தலாம்:

- 5 (ததிங்கிண்தொம்)
- 2 + 3 (தக + தகிட)
- 3 + 2 (தகிட + தக)
- 1 + 4 (த + தகதிமி)
- 4 + 1 (தகதிமி + த)

இந்த வரிசை மாற்றங்கள் 'கார்வைகள்' (Karvais - பாவு அல்லது இடைவெளி) இடும்போது இன்னும் சிக்கலான கணித அமைப்பாக மாறுகின்றன.

3. அடுக்கு வரிசைகள் (Sequential Patterns - Yati)

ஜதிகளின் வரிசைக்கிரமம் 'யதி' (Yati) எனப்படும் வடிவவியல் அடுக்குகளோடு தொடர்புடையது. இது கணிதத்தின் ஏறுவரிசை மற்றும் இறங்குவரிசையைப் போன்றது:

- ஸ்ரோதோவக யதி (Srotovaha Yati): இது நதி பெருகிச் செல்வது போன்றது. (உதாரணம்: 3, 3+4, 3+4+5). இங்கு சொற்களின் வரிசை விரிவடைந்து கொண்டே செல்லும்.
- கோபுச்ச யதி (Gopucha Yati): பசுவின் வால் போல நுனியில் சுருங்குவது. (உதாரணம்: 5+4+3, 4+3, 3). இது ஒரு குறையும் வரிசைக்கிரமம் (Descending Order).

4. தீர்மானங்களில் வரிசை மாற்றங்களின் பங்கு

ஒரு ஜதியை முடிக்கும்போது பயன்படுத்தப்படும் 'தீர்மானங்கள்' (Teermanams) பொதுவாக மூன்று முறை ஆவர்த்தனம் செய்யப்படும். இதில் வரிசைக்கிரமம் முக்கியப் பங்கு வகிக்கிறது.

உதாரணமாக, ஒரு 9 மாத்திரை கொண்ட கோர்வையை: $(3+3+3) \times 3$ முறை அல்லது, $(4+5) \times 3$ முறை அல்லது, $(2+3+4) \times 3$ முறை என மாற்றியமைக்கலாம். நடனக் கலைஞர் மேடையில் ஆடும்போது, இந்த வரிசை மாற்றங்கள் பார்வையாளர்களுக்குப் புதியதொரு தாள அனுபவத்தைத் தருகின்றன.

5. கணித ரீதியான சவால்கள் (Complex Permutations)

சிக்கலான ஜதிகளில் 'திரிகாலம்' (மூன்று வேகங்கள்) கையாளப்படும்போது, வரிசைக்கிரமம் மிகவும் நுணுக்கமாகிறது.

• முதலாம் காலத்தில் $4+4$ ஆக இருக்கும் ஒரு வரிசை,

• இரண்டாம் காலத்தில் 8 மாத்திரைக்குள் அடங்க வேண்டும்.

அப்போது கலைஞர் $(2+2) + (2+2)$ என்ற வரிசையிலிருந்து $(4+4)$ என மாற்றும்போது, சொற்களின் அடர்த்தி (Density) மாறுகிறது. இது கணிதத்தின் 'Matrix' அமைப்பைப் போன்றது.

ஜதிகளின் வரிசைக்கிரமம் என்பது வெறும் கற்பனை சார்ந்ததல்ல; அது எண்களைக் கொண்டு விளையாடும் ஒரு தர்க்கரீதியான விளையாட்டு. ஒரு குறிப்பிட்ட தாள வட்டத்திற்குள் எத்தனை விதமான வரிசை மாற்றங்களைச் செய்ய முடியும் என்பதே ஒரு நட்டுவனாரின் அல்லது நடனக் கலைஞரின் கணிதப் புலமைக்குச் சான்றாகும்.

கணித நுணுக்கங்கள் மற்றும் விளக்கம்

1. கூட்டல் விதியும் சொற்கட்டு உருவாக்கமும்

ஒவ்வொரு நடையும் தனக்கென ஒரு பிரத்யேக எண்ணிக்கையைக் கொண்டிருந்தாலும், அவை அடிப்படை எண்களின் கூட்டல் மூலமே உருவாக்கப்படுகின்றன:

• மிஸ்ரம் (7) = 3 (திஸ்ரம்) + 4 (சதுஸ்ரம்)

• கண்டம் (5) = 2 (தக) + 3 (தகிட)

• சங்கீர்ணம் (9) = 4 (சதுஸ்ரம்) + 5 (கண்டம்)

2. காலப் பகிர்வு (Temporal Division)

ஒரு தாள வட்டத்தில் (Tala Cycle), உதாரணமாக ஆதி தாளத்தில் 8 கிரியைகள் உள்ளன. அந்த 8 கிரியைகளுக்குள் இந்த நடைகள் எவ்வாறு கணித ரீதியாக மாறுகின்றன என்பதைப் பாருங்கள்:

• சதுஸ்ர நடை: $8 \times 4 = 32$ மாத்திரைகள்.

• திஸ்ர நடை: $8 \times 3 = 24$ மாத்திரைகள்.

• கண்ட நடை: $8 \times 5 = 40$ மாத்திரைகள்.

இங்கு கால அளவு (Duration) மாறாது, ஆனால் அந்த நேரத்திற்குள் கலைஞர் உச்சரிக்கும் சொற்களின் வேகம் அல்லது எண்ணிக்கை (Frequency) கூடுகிறது அல்லது குறைகிறது. இது இயற்பியலின் அலைவரிசை (Frequency) கோட்பாட்டிற்கு இணையானது.

3. ஜதிகளில் இதன் பயன்பாடு

ஒரு ஜதியை இயற்றும்போது, நட்டுவனார் 'கதி பேதம்' (Gati Bhedam) என்ற உத்தியைப் பயன்படுத்துவார். ஒரு குறிப்பிட்ட ஜதி 32 மாத்திரைகளைக் கொண்டது என்றால், அதைச் சதுஸ்ர நடையில் ஆடும்போது இயல்பாக இருக்கும். ஆனால், அதே 32 மாத்திரைகளை மிஸ்ர நடையில் ஆட முயலும்போது: $\{32\} \{7\} = 4$ ஆவர்த்தனங்கள் மற்றும் மீதி 4 மாத்திரைகள். இந்தக் கணிதச் சிக்கலைத் தீர்க்க, கலைஞர் மீதமுள்ள 4 மாத்திரைகளுக்கு ஏற்ப 'கார்வை' (இடைவெளி) இட்டு ஜதியைச் சமத்திற்கு (Samam) கொண்டு வர வேண்டும்.

பஞ்ச நடைகள்

பரதநாட்டியத்தின் தாளக் கட்டமைப்பில் 'பஞ்ச நடைகள்' (ஐந்து வகை தாள கதி மாற்றங்கள்) மிக முக்கியமான கணித அடிப்படையைக் கொண்டவை. ஒரு தாளத்தின் அடிப்படை அலகான 'மாத்திரை' என்பது இந்த நடைகளின் மூலமே பல்வேறு கால அளவுகளாகப் பிரிக்கப்படுகிறது. பஞ்ச நடைகள் என்பவை ஒரு தாளத்தின் உட்பிரிவுகளைத் தீர்மானிக்கும் கணிதக் காரணிகள் (Factors). இந்த ஐந்து எண்களை (3, 4, 5, 7, 9) ஒரு கலைஞர் எவ்வளவு வேகமாகத் தனது மூளையில் கையாளுகிறாரோ, அவ்வளவு தூரம் அவரது நாட்டியத்தில் தாள லயம் துல்லியமாக இருக்கும்.

பஞ்ச நடைகளின் கணித அட்டவணை

| எண் நடை (Nadai) | ஒரு மாத்திரை | அட்சரத்தில் மொத்த சொல் | கணக்குச் பொதுவான சொல்லுக்கூட்டு |
|----------------------------|--------------|------------------------|---------------------------------|
| 1 திஸ்ர நடை (Tisra) | 3 | $1 \times 3 = 3$ | த-கி-ட |
| 2 சதுஸ்ர நடை (Chatusra) | 4 | $1 \times 4 = 4$ | த-க-தி-மி |
| 3 கண்ட நடை (Khanda) | 5 | $1 \times 5 = 5$ | த-க-தி-மி-ட |
| 4 மிஸ்ர நடை (Misra) | 7 | $1 \times 7 = 7$ | த-க-தி-மி-ட-த-க |
| 5 சங்கீர்ண நடை (Sankeerna) | 9 | $1 \times 9 = 9$ | த-க-தி-மி-ட-த-க-தி-மி |

பரதநாட்டியத்தில் வடிவியல் (Geometry) மற்றும் கோணங்கள் (Angles)

பரதநாட்டியத்தில் வடிவியல் (Geometry) மற்றும் கோணங்கள் (Angles) என்பது உடலை ஒரு வரைபடமாகப் பாவிக்கும் நுணுக்கமான கலையாகும். ஒரு நடனக் கலைஞர் மேடையில் உருவாக்கும் ஒவ்வொரு அசையும் விண்வெளியில் (Space) வரையப்படும் கோடுகள் மற்றும் கோணங்களின் தொகுப்பாகும்.

இதனைப் பின்வரும் முக்கியக் கணிதக் கூறுகளின் அடிப்படையில் விளக்கலாம்:

1. உடற்கூறியல் மற்றும் சமச்சீர் நிலை (Symmetry)

பரதநாட்டியத்தின் மிக முக்கிய அம்சம் 'சமச்சீர்' (Symmetry) ஆகும். ஒரு அசைவை வலது பக்கம் செய்யும்போது, அதே அளவு துல்லியத்துடன் இடது பக்கமும் செய்ய வேண்டும். உடலின் மையக்கோட்டை (Median Line) அச்சாகக் கொண்டு, இருபுறமும் கைகளும் கால்களும் சமமான தூரத்தில் அமைய வேண்டும். இது கணிதத்தில் 'Reflection Symmetry' என்று அழைக்கப்படுகிறது.

2. அடிப்படை நிலைகளும் கோணங்களும் (Basic Postures)

பரதநாட்டியத்தின் மூன்று அடிப்படை நிலைகள் துல்லியமான கோணங்களை அடிப்படையாகக் கொண்டவை: சமபாதம் (Samapadam): உடல் நேர்க்கோட்டில் 180° கோணத்தில் நிமிர்ந்து நிற்கும் நிலை. அரைமண்டி (Araimandi): இது பரதநாட்டியத்தின் உயிர்நிலை. இங்கு கால்கள் 180° கோணத்தில் வெளிநோக்கித் திரும்பியிருக்க வேண்டும். முழங்கால்கள் மடங்கும்போது தொடைக்கும் காலுக்கும் இடையே ஒரு இருசமபக்க முக்கோணம் (Isosceles Triangle) உருவாகிறது. முழுமண்டி (Muzhumandi): இது முழுமையாக அமர்ந்த நிலை. இங்கு உடல் புவியீர்ப்பு மையத்தை (Center of Gravity) நோக்கிச் செங்குத்தாக அமைகிறது.

3. கை அசைவுகளும் கோணங்களும் (Hand Gestures and Angles)

அடவிகள் (Steps) செய்யும்போது கைகள் வைக்கப்படும் விதம் வடிவியல் கோணங்களைப் பின்பற்றுகிறது: பார்ஸ்வ நிலை: கைகள் தோள்பட்டைக்கு நேராக 180° கோணத்தில் விரிக்கப்படுதல். உத்விருத்த நிலை: கைகள் தலைக்கு மேல் உயர்த்திப் பிடிக்கப்படும்போது, அவை உடலோடு சேர்ந்து ஒரு நீள்வட்ட (Elliptical) வடிவத்தையோ அல்லது கூர்ங்கோணங்களையோ உருவாக்குகின்றன. நாட்டியாரம்பம்: கைகள் முழங்கையில் லேசாக வளைந்து (Obtuse Angle - விரிகோணம்) ஒரு அரைவட்ட வடிவை உருவாக்குகின்றன.

4. இடவெளி வடிவியல் (Spatial Geometry)

ஒரு கலைஞர் மேடையில் நகரும் பாதைகள் (Chari) வடிவியல் கோடுகளை உருவாக்குகின்றன: நேர்கோடு (Linear): முன்னும் பின்னும் நேராக நகர்தல். வட்டம் (Circular): மேடையைச் சுற்றி வருதல் (பிரம்மரி அசைவுகள்). முக்கோணம் (Triangular): மூலைவிட்டமாக (Diagonally) நகர்ந்து மேடையின் பரப்பளவைக் கையாளுதல்.

5. கோணங்களின் துல்லியம் - (The Theory of Angles)

பரதநாட்டியத்தில் கைகள் 45° , 90° , 135° , மற்றும் 180° ஆகிய கோணங்களில் நிலைநிறுத்தப்படுவது 'அழகு' (Aesthetics) என்பதையும் தாண்டி, உடலின் சமநிலையைப் (Balance) பேண உதவுகிறது. உதாரணமாக, ஒரு காலைத் தூக்கி ஆடும் 'நடராஜர்' நிலையில் (Ananda Tandava), உயர்த்தப்பட்ட கால் மற்றும் கைகளின் கோணங்கள் உடலின் எடையைத் துல்லியமாகப் பகிர்ந்து (Weight Distribution), கலைஞரை விழாமல் நிலைநிறுத்துகின்றன.

வடிவியல் என்பது பரதநாட்டியத்தின் "காட்சி மொழி" (Visual Language). எண்கணிதம் ஜதிகளில் ஓசயாக ஒலித்தால், வடிவியல் அடவுகளில் உருவமாகத் தெரிகிறது. கோணங்கள் தப்பும்போது நாட்டியத்தின் இலக்கணம் சிதைகிறது. எனவே, ஒரு சிறந்த நடனக் கலைஞர் அசைவுகளில் கணித மேதையாகவும் இருக்க வேண்டும்.

முடிவுரை

மேற்கண்ட ஆய்வின் மூலம், பரதநாட்டியம் என்பது வெறும் அழகியல் சார்ந்த கலை வடிவம் மட்டுமல்ல, அது தர்க்கரீதியான கணிதக் கணக்கீடுகளின் காட்சி வடிவம் என்பது புலனாகிறது. ஜதிகளின் கோர்வையில் காணப்படும் சிக்கலான எண்கணித அடுக்குகள் (Mathematical Sequences), தாளச் சுழற்சியின் துல்லியம் மற்றும் உடல் அசைவுகளில் வெளிப்படும் வடிவியல் கோணங்கள் அனைத்தும் இக்கலைக்கும் கணிதத்திற்கும் உள்ள பிரிக்க முடியாத பிணைப்பை உறுதிப்படுத்துகின்றன.

கணிதம் என்பது மூளைக்கு வேலை கொடுக்கும் ஒரு தர்க்கம் என்றால், நடனம் என்பது அந்தத் தர்க்கத்தை இதயத்தோடு இணைக்கும் ஒரு பாலமாகும். ஜதிகளில் பயன்படுத்தப்படும் 'கோப்புச்சுகள்' (Permutations) மற்றும் 'திரிகால' வேக மாற்றங்கள் மனித மூளையின் கணிதத் திறனை மேம்படுத்துவதோடு, ஒருமுகப்படுத்தும் ஆற்றலையும் வழங்குகின்றன. நவீனக் கல்வி முறையில் கணிதத்தைக் கடினமாக உணரும் மாணவர்களுக்கு, இத்தகைய கலை வடிவங்களின் ஊடாக அதைப் பயிற்றுவிப்பது ஒரு புதிய பரிமாணத்தைத் தரும். சுருக்கமாகச் சொன்னால், நாட்டியத்தில் தாளக்கட்டுகள் என்பவை "நடனமாடும் எண்கள்" (Dancing Numbers). இந்த எண்களின் லயமே பரதநாட்டியத்தை ஒரு முழுமையான அறிவியல் கலையாக நிலைநிறுத்துகிறது.

துணைநூற்பட்டியல்

- [1]. இராமகிருஷ்ணன், எஸ். (2018). இந்தியக் கலைகளின் அடிப்படைத் தத்துவங்கள். காலச்சுவடு பதிப்பகம்.
- [2]. சுப்பிரமணியன், ந. (2005). பரதநாட்டிய சாஸ்திரம்: ஒரு விளக்கம். மணிவாசகர் பதிப்பகம்.
- [3]. பாலசரஸ்வதி, டி. (2012). பரதநாட்டியம்: ஒரு கலைப்பயணம். தமிழ்ப் பல்கலைக்கழகம்.
- [4]. வரதராஜன், வி. (2015). தாளக்கலைக்களஞ்சியம். சாரதா பதிப்பகம்.
- [5]. Ananthakrishnan, P. V. (2011). Mathematics and music in India. Eternal Bhoomi Publications.
- [6]. Kothari, S. (2007). Bharata Natyam: Indian classical dance art. Marg Publications.
- [7]. Lath, M. (1978). A study of Dattilam: A treatise on the sacred music of ancient India. Impex India.
- [8]. Ramanathan, N. (2004). Tala and Laya in Indian music. Music Academy Madras.
- [9]. Sarabhai, M. (2000). Understanding Bharata Natyam. Darpana Academy of Performing Arts.
- [10]. Sathyanarayana, R. (2010). Rhythmic structures of Indian dance. Abhinav Publications.
- [11]. Vatsyayan, K. (1968). Classical Indian dance in literature and the arts. Sangeet Natak Akademi.